

Даалгаварт хэрэглэгдэх зарим томьёо

1. X дискрет санамсаргүй хувьсагчийн магадлалын тархалтын хүснэгт нь

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

бол $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$,

математик дундаж нь $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$,

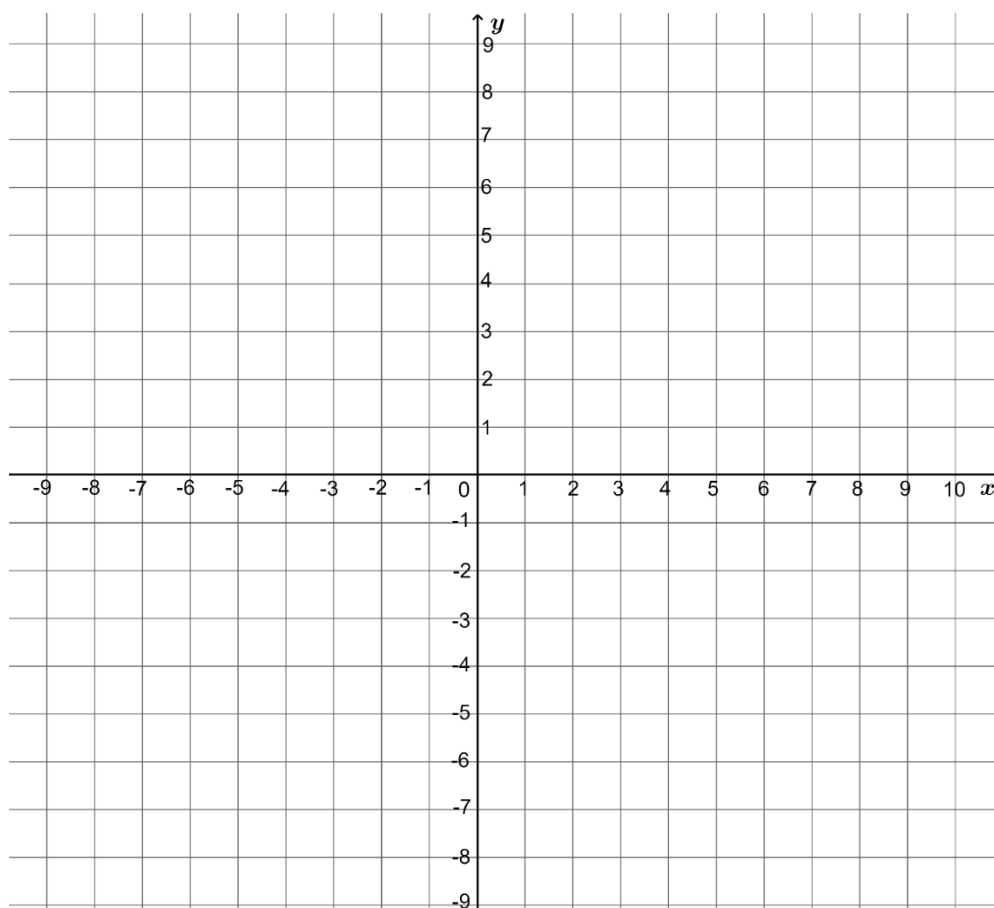
дисперс нь $Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ байна. Энд

$$E(X^2) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + \dots + x_n^2 \cdot p_n$$

2. Хоёр векторын хоорондох өнцөг α бол скаляр үржвэр: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$.
3. $f(x) = ax^2 + bx + c$ парабол ба L шулуун α, β абсцисстай цэгүүдэд огтлолцдог бол эдгээрээр хашигдсан дүрсийн талбай $S = \frac{|a|(\beta - \alpha)^3}{6}$ байна. (Энд $\alpha < \beta$)
4. Бүтэн магадлалын томьёо: $A \subseteq B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$ ба $B_i \cap B_j = \emptyset, i \neq j$ бол
- $$P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + \dots + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$$
5. Байесын томьёо:

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \cdot P(B_i)}{P(A)}$$

Шаардлагатай бол координатын хавтгайг ашиглаарай.



Эрхэм шалгуулагч танд амжилт хүсье!

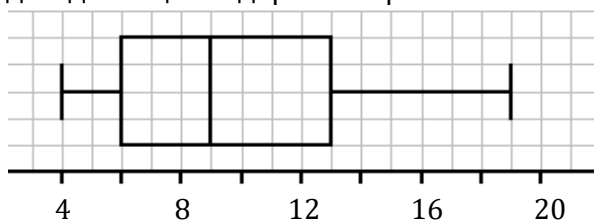


Нэгдүгээр хэсэг. СОНГОХ ДААЛГАВАР

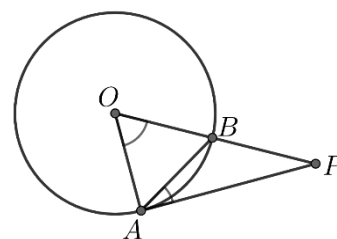
Санамж: Нэгдүгээр хэсгийн 36 сонгох даалгавар нь нийт 72 оноотой. Даалгавар тус бүр 5 сонгох хариулттай. Тэдгээрийн зөвхөн нэг зөв хариултыг сонгож, хариултын хуудсанд будаж тэмдэглээрэй. Зураг бодит хэмжээтэй биш байж болохыг анхаараарай.

Бодлого 1 - 8 тус бүр 1 оноотой.

- $(\sqrt[6]{y})^2 \times \frac{1}{y}$ илэрхийллийн утгыг олоорой.
A. $y^{-\frac{1}{6}}$ B. $y^{-\frac{2}{3}}$ C. $y^{-\frac{4}{3}}$ D. $y^{-\frac{1}{3}}$ E. y^2
- Дараах тоонуудаас хамгийн их тоог олоорой.
A. $\sqrt{5} - 1$ B. $-\sqrt{5} + 1$ C. $-\sqrt{5} - 1$
D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E. $1^{\sqrt{5}+1}$
- $\int 4x^3 dx$ интегралыг бодоорой.
A. $\frac{4}{3}x^3 + C$ B. $\frac{3}{4}x^4 + C$ C. $12x^2 + C$
D. $x^4 + C$ E. $4x^4 + C$
- $|3t - 2| = 4$ тэгшитгэлийн шийдүүдийн нийлбэрийг олоорой.
A. 0 B. $2\frac{2}{3}$ C. $1\frac{1}{3}$ D. 2 E. 4
- $A(5, x, 4)$, $B(8, 1, y)$ цэгүүд ба $\vec{a} = (3, 12, 9)$ вектор өгөв. $\vec{AB} = \vec{a}$ байх x тоог олоорой.
A. -13 B. -11 C. 5.5 D. 6.5 E. 13
- Шатрын тэмцээнд 8 хүн оролцов. Оролцогч бүр бусад тоглогчтой яг нэг удаа тоглов. Нийт хэчнээн тоглолт болсон бэ?
A. 8 B. 16 C. 21 D. 28 E. 56
- Зурагт үзүүлсэн O цэгт төвтэй тойргийн шүргэгч PA бөгөөд PO хэрчим тойргийг B цэгт огтлов. Хэрэв $\angle PAB = 32^\circ$ бол $\angle AOB$ өнцгийн хэмжээг олоорой.
A. 48° B. 55° C. 72° D. 68° E. 64°
- Сурагчдын математикийн сорилоос авсан онооны мэдээллийг хайрцган диаграммаар харуулав. Квартил хоорондын далайцыг тодорхойлоорой.



- A. 5 B. 6 C. 15 D. 9 E. 7



Бодлого 9 - 28 тус бүр 2 оноотой.

9. $\sin 105^\circ = ?$

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$ E. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

10. Илэрхийллийг хялбарчлаарай.

$$\frac{9m^3 + 3m^2n + mn^2}{9m^2 + n^2} \div \frac{27m^3 - n^3}{81m^4 - n^4} =$$

- A. $n(3m + n)$ B. $m(3m + n)$ C. $\frac{m}{3m+n}$
 D. $\frac{3m+n}{3m-n}$ E. $\frac{m(3m+n)^3}{9m^2+3mn+n^2}$

11. $\frac{3-5i}{4+i}$ комплекс тооны модулыг олоорой.

- A. $\frac{3}{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$ E. $\frac{6}{\sqrt{17}}$

12. Баяр шулуун замаар $4\frac{1}{3}$ км/ц хурдтай алхаж байв. Түүний араас Болд 5.75 км/ц хурдтай явжээ. Хэрэв тэдний хооронд $3\frac{2}{5}$ км зай байсан бол Болд хэдэн цагийн дараа Баярыг гүйцэх вэ?

- A. 1.6 цаг B. 3.4 цаг C. 3.15 цаг
 D. 1.75 цаг E. 2.4 цаг

13. Арифметик прогрессын $a_1 = \log_3 4$; $a_7 = \log_3 324$ бол ялгаврыг олоорой.

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{7}$ D. 3 E. 4

14. Өдөрт хэдэн цаг зурагт үздэг талаар нь 20 хүнээс судалгаа авчээ. Судалгааны үр дүнг дараах хүснэгтэд үзүүлэв. Дунджаар нэг хүн хэдэн цаг зурагт үзсэн байна вэ?

Зурагт үзсэн цаг	$0 \leq x < 5$	$5 \leq x < 10$	$10 \leq x < 15$
Хүний тоо	3	11	6

- A. 10 B. 8.25 C. 7.75 D. 7.5 E. 6.75

15. $x = 3t^2 - 4t$, $y = t^3 - t^2$ параметрт тэгшитгэлээр өгсөн функцийг уламжлал аль нь вэ?

- A. $\frac{t^2-t}{3t-4}$ B. $\frac{2}{t}$ C. $\frac{t}{2}$ D. $6t - 4$ E. $3t^2 - 2t$

16. $O(8, p)$ цэгт төвтэй $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ тойрог дээр $A(3, 2)$ ба $B(1, 6)$ цэгүүд оршдог бол b – ийн утгыг олоорой.

- A. 8 B. 7 C. 6 D. $\frac{15}{2}$ E. $\frac{13}{2}$

17. Хэрэв $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{3x}}$ ба $f(3) = 0$ байдаг бол $f(48) = ?$

- A. -8 B. 8 C. $\frac{1}{12}$ D. -6 E. 6



18. 15.2 м олсыг I хэсгийн урт нь II хэсгийн урттай 4:5 харьцаатай, II хэсэг нь III хэсэгтэй 1:2 харьцаатай байхаар 3 хуваав. Хамгийн урт хэсгийн уртыг олоорой.
 А. 8 м В. 12 м С. $8\frac{4}{9}$ м D. 7.2 м E. 10.1 м

19. $\frac{dy}{dx} = \frac{4x}{y}$ дифференциал тэгшитгэлийн ерөнхий шийдийг олоорой.
 А. $y = -2x + C$ В. $y = 2x + C$ С. $y^2 = 4x^2 + C$
 D. $y = 4x + C$ E. $y^2 = 2x^2 + C$

20. X санамсаргүй хувьсагчийн магадлалын тархалтыг хүснэгтээр өгөв. Хэрэв математик дундаж $E(X) = 3.2$ бол a – ийн утгыг олоорой.

x	2	3	4
$P(X = x)$	a	b	0.3

- А. 0.5 В. 0.4 С. 0.3 D. 0.2 E. 0.1
21. $y - 2 = \cos(2x)$ функцийн хувьд дараах дүгнэлтүүдээс аль аль нь үнэн бэ?
 1. Функц π үетэй.
 2. $0 \leq y \leq 2$ утга авна.
 3. График нь $(0, 0)$ цэгийн хувьд тэгш хэмтэй.
 4. $y = \cos(2x)$ функцийн графикийг $(0, 2)$ чиглэлээр зөөхөд график нь гарна.
 А. 1, 2, 4 В. 1, 4 С. 3, 4 D. 2, 3 E. 1, 2, 3

22. $P(x) = 12x^8 + x^7 + 2x^6 + 5x$ олон гишүүнтийг $Q(x)$ олон гишүүнтэд хуваахад $(x + 1)$ ноогдож c үлдэгдэл өгдөг бол $Q(x)$ олон гишүүнтийн коэффициентүүдийн нийлбэрийг олоорой.
 А. 10 В. 8 С. 6 D. 12 E. 14

23. $O(0, 0)$ цэгт төвтэй, **цагийн зүүний дагуу** 90° эргүүлэлтийг A хувиргалт, $y = -x$ шулууны хувь дахь тэгш хэмийг B хувиргалт гэе. Тэгвэл A ба B дараалсан хувиргалтын матрицыг олоорой.
 А. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ В. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ С. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
 D. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

24. $n > 0$ бодит тоо. $|x - 3| \leq n$ тэнцэтгэл бишийн шийдийн олонлогийг A , $x^2 - 2x - 35 \leq 0$ тэнцэтгэл бишийн шийдийн олонлогийг B гэе. Хэрэв $A \subset B$ бол n – ийн авч болох бүх утгыг олоорой.
 А. $[-5; 7]$ В. $]0; 8]$ С. $[4; 7]$
 D. $]0; 4]$ E. $] - \infty; 4]$



25. $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ утгыг тооцоолоорой.
 A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{5}$ E. $\frac{3}{10}$
26. $f(x) = \ln(2x - 1)$ функцийн графикийн $x = 4$ цэг дээрх шүргэгч шулууны налалтыг олоорой.
 A. $\frac{e}{2}$ B. $2e$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{7}$ E. $\frac{1}{2}$
27. Зэс ба төмрийн 72 кг хайлшинд 18 кг төмөр нэмэхэд зэсийн эзлэх хувь нь 12.5 – аар багассан бол хайлшинд хэдэн килограмм зэс байсан бэ?
 A. 36 кг B. 54 кг C. 50 кг D. 64 кг E. 45 кг
28. X дискрет санамсаргүй хувьсагчийн магадлалын тархалтыг хүснэгтээр өгөв. X – ийн дисперсийг олоорой.
- | | | | |
|------------|---------------|---------------|---------------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| $P(X = x)$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{1}{7}$ |
- A. $\frac{20}{49}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $1\frac{2}{7}$ D. $2\frac{2}{7}$ E. $\frac{4}{49}$

Бодлого 29 - 36 түс бүр 3 оноотой.

29. $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ бином задаргааны сул гишүүнийг олоорой.
 A. -210 B. 210 C. -252 D. 252 E. 120
30. $\begin{cases} y - x - k = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$ систем дэх шулуун ба муруй яг 1 ерөнхий цэгтэй байх k параметрын бүх утгыг олоорой.
 A. $\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. ± 9 D. $6\sqrt{2}$ E. $\pm 3\sqrt{2}$
31. $M(0,0,0)$, $N(4,0,0)$, $P(4,6,0)$, $Q(0,6,0)$ тэгш өнцөгт суурьтай $SMNPQ$ дөрвөн өнцөгт пирамидын оройн цэг $S(3,2,4)$ байв. NPS хавтгайн тэгшитгэл $ax + by + cz - 16 = 0$ бол $a + b + c$ нийлбэрийг олоорой.
 A. 5 B. -5 C. 9 D. 10 E. -10
32. Мужааны ажлын бүтээмж нь хугацаанаас хамаарч $E(t) = 0.5\left(12 + te^{-\frac{2t}{11}}\right)$ хуулиар өөрчлөгдөж байв. Мужаан 24 цагийн турш тасралтгүй ажилласан бол хугацааны аль агшинд хамгийн өндөр бүтээмжтэй байсан бэ?
 A. $t = 11$ B. $t = 9$ C. $t = 5.5$
 D. $t = 4.5$ E. $t = 20$
33. $A = \begin{pmatrix} x & -3 \\ -2 & y \end{pmatrix}$ матрицын урвуу A^{-1} ба E нь нэгж матриц байв. Хэрэв $A - 3A^{-1} = 4E$ нөхцөл биелэх бол $x^2 + y^2 = ?$
 A. 14 B. 10 C. 18 D. 25 E. 49

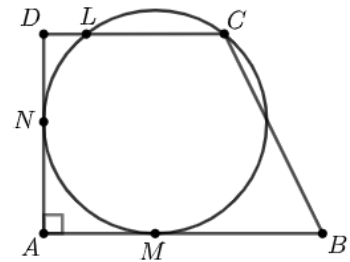


34. Хүний цусанд агуулагдах нэгэн төрлийн эмийн хэмжээ V нь t хугацаанаас хамаарч $\frac{dV}{dt} = -0.4V$ экспоненциал хуулиар өөрчлөгддөг. Анх өвчтөнд 1000 мг эмийг судсаар тарьсан бол 8 цагийн дараа цусанд агуулагдах эмийн хэмжээг олоорой.

- A. $\frac{0.4 \times 10^3}{e^8}$ мг B. $\frac{0.4}{e^{6.4}} \times 10^3$ мг C. $\frac{1000}{e^{12.8}}$ мг
D. $\frac{1000}{e^{3.2}}$ мг E. $\frac{1000}{e^{6.4}}$ мг

35. Зурагт үзүүлсэн $ABCD$ тэгш өнцөгт трапецын AB талыг M цэгээр, AD талыг N цэгээр шүргэж, C оройг дайрсан, CD талыг L цэгт огтлох тойрог татжээ. Хэрэв трапецын сууриуд $AB:CD = 7:5$ харьцаатай, дундаж шугамын урт нь 30 см, $AD = 18$ см бол $AMLD$ дөрвөн өнцөгтийн талбайг олоорой.

- A. 540 см. кв B. 256 см. кв C. 126 см. кв
D. 117 см. кв E. 144 см. кв



36. $\vec{a} + 2\vec{b}$ вектор нь $\vec{a} - \vec{b}$ вектортой перпендикуляр мөн $2\vec{a} - \vec{b}$ вектор нь $\vec{a} + 3\vec{b}$ вектортой перпендикуляр байв. $\vec{a} \neq \vec{b}$ ба $\vec{a}, \vec{b}$ векторуудын хоорондох өнцөг φ бол $\cos \varphi$ утгыг олоорой.

- A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{15}$ C. $\pm \frac{\sqrt{21}}{21}$ D. $-\frac{\sqrt{21}}{21}$ E. $\frac{\sqrt{21}}{21}$



Хоёрдугаар хэсэг. НӨХӨХ ДААЛГАВАР

Санамж: Даалгавруудын хариултыг бөглөхдөө хариултын хуудасны 2-р хэсгийг бөглөх заавартай сайтар танилцаарай. Зураг бодит хэмжээтэй биш байж болохыг анхаараарай.

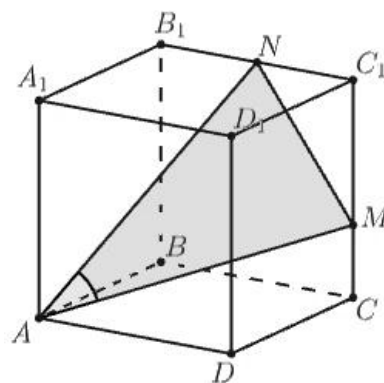
Хоёрдугаар хэсгийн бодлого бүр 7 оноотой.

2.1. $f(x) = \frac{3x-4}{x-2}$ функц авч үзье.

- (1) $f(x)$ функцийн тодорхойлогдох муж нь $x \neq [a]$ байна. (1 оноо)
- (2) $x \neq [a]$ үед $f(x)$ функцийн урвуу функцийг $f^{-1}(x)$ гэвэл $f(3) = [b]$, $f^{-1}([b]) = [c]$ байна. (2 оноо)
- (3) $f^{-1}(x) = \frac{[d]x-4}{x-3}$ тул $f(x)$ функцийн утгын муж нь $] - \infty; [e] \cup [e]; +\infty[$ байна. (2 оноо)
- (4) $f(x)$, $f^{-1}(x)$ функцийн графикуудын огтлолцох цэгүүдийн абсцисс нь $x = [f]$, $x = [g]$ байна. (Энд $[f] < [g]$) (2 оноо)

2.2. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубийн $B_1 C_1$ ирмэг дээр N цэгийг $B_1 N = N C_1$ байхаар, CC_1 ирмэг дээр M цэгийг $C_1 M = 2MC$ байхаар авсан. Хэрэв $MN = 5$ бол

- (1) Кубийн ирмэгийн урт $[a]$ байна. (2 оноо)
- (2) AMN хавтгай ба кубийн огтлолцолд гүдгэр $[b]$ өнцөгт дүрс үүснэ. (1 оноо)
- (3) Пифагорын теорем ашиглавал $AN = [c]$, $AM^2 = 4 \times [de]$ болно. (2 оноо)
- (4) Эндээс $\cos(\angle NAM) = \frac{11 \times \sqrt{[de]}}{[fg]}$ болно. (2 оноо)



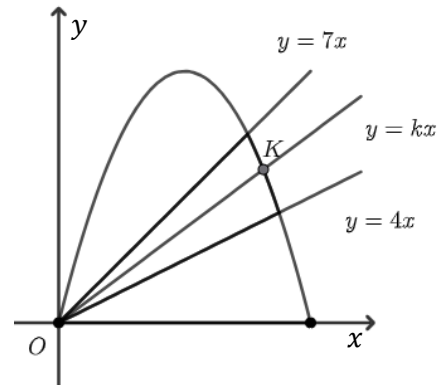
2.3. $y = 12x - 3x^2$ парабол ба $y = kx$ шулуунаар хашигдсан дүрсийн талбайг $S(k)$ гээ.

(1) Парабол болон $y = kx$ шулуун нь $O(0,0)$ ба K цэгүүдээр огтлолцох ба K цэгийн абсцисс нь $x = \boxed{a} - \frac{k}{3}$ байна. (1 оноо)

(2) Иймд $k < 12$ үед $S(k) = \frac{(12-k)^3}{\boxed{bc}}$ байна. (3 оноо)

(3) Парабол ба Ox тэнхлэгээр хашигдсан дүрсийн талбай $\boxed{de}$ болно. (1 оноо)

(4) $y = 4x$, $y = 7x$ шулуунууд ба параболоор хашигдсан дүрсийн талбай $\frac{\boxed{fg}}{\boxed{h}}$ байна. (2 оноо)



2.4. Нийт бүтээгдэхүүний 45% – ийг I цех, үлдсэнийг II цех үйлдвэрлэдэг. I цехийн бүтээгдэхүүн гологдол байх магадлал 0.02, II цехийн бүтээгдэхүүн гологдол байх магадлал 0.03 байв. Бүтээгдэхүүн бүрийг сонгох магадлал ижил гэж үзвэл:

(1) Сонгосон бүтээгдэхүүн I цехийн бүтээгдэхүүн байх үзэгдлийг X_1 – ээр, II цехийн бүтээгдэхүүн байх үзэгдлийг X_2 – оор тэмдэглэвэл $P(X_2) = 0.\boxed{ab}$ байна. (2 оноо)

(2) Бүтээгдэхүүн гологдол байх үзэгдлийг A – аар тэмдэглэвэл $P(A) = \frac{\boxed{cd}}{2000}$ байна. (2 оноо)

(3) Сонгосон бүтээгдэхүүн гологдол бол тэр нь II цехийн бүтээгдэхүүн байх магадлал нь:

$$P(X_2|A) = \frac{P(A|X_2) \cdot P(X_2)}{P(A)} = \frac{\boxed{ef}}{\boxed{gh}}$$

байна. (3 оноо)

Санамж: Хариугаа үл хураагдах бутархай хэлбэрээр бичээрэй.

